

NOTA	
------	--

DATOS PERSONALES. USAR LÁPIZ PASTA y LETRA MAYÚSCULA):

Apellido paterno:	Apellido materno:	Nombre:
Número de RUT:	Número de MATRICULA:	SECCIÓN:

- Instrucciones:
- NO HAY CONSULTAS.
 - Las respuestas sin desarrollo o sin justificación, no dan puntaje.
 - Las respuestas desordenadas, no serán corregidas.
 - Queda totalmente prohibido el uso de calculadoras programables.
 - Apagar y guardar sus celulares.

$$\text{Nota}=1+\frac{\text{Puntos}}{10}.$$

Duración= 60 minutos

CORRECCIÓN

Pregunta 1	
Pregunta 2	
Pregunta 3	
TOTAL PUNTOS	

- 1) [20 pts.] Considere la expresión

$$E = \frac{|a-b|}{a-b} + \sqrt[5]{a^5 b^{15}} - \sqrt[6]{b^6 a^{12}}$$

- a) Para $a < b < 0$, simplifique E .
 b) Considere $a = -0, \bar{2}$ y $b = -0, 1$. Determine el valor numérico de E y escríbalo en forma de una sola fracción.

DESARROLLO

- a) Tenemos que $a - b < 0$, con lo que $|a - b| = b - a$, luego obtenemos

$$\frac{|a-b|}{a-b} + \sqrt[5]{a^5 b^{15}} - \sqrt[6]{b^6 a^{12}} = \frac{-(a-b)}{a-b} + ab^3 - |b|a^2 = -1 + ab^3 + ba^2$$

(5 pts. la primera igualdad + 5pts. la segunda igualdad)

- b) Para la segunda parte solo basta con reemplazar en el resultado anterior. Para esto notar que $-0, \bar{2} = -\frac{2}{9}$ y $-0, 1 = -\frac{1}{10}$. De dónde obtenemos

$$-1 + \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{1000} - \frac{1}{10} \cdot \frac{4}{81} = -\frac{81382}{81000} = -\frac{40691}{40500}$$

(Por pasar a y b a fracción 4 pts.(2 c/u)+6 pts. por desarrollar la suma de fracciones (3 pts. por un error pequeño))

2) [20 pts.] Considere los siguientes conjuntos:

$$\blacksquare A =] - 1, 2]$$

$$\blacksquare B =] - 2, \infty[$$

$$\blacksquare C = [-10, 5]$$

a) Determine si $\sqrt[3]{(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})} \in A \cap (B \cup C)$. (Justifique)

b) Determine si $\frac{12 \times 10^5}{(0,0001) \cdot (6 \times 10^9)} \in A \cup (B \cup C)$. (Justifique)

c) ¿Que números enteros pertenecen a $A \cup (B \cap C)$?

DESARROLLO

a) Notar que $\sqrt[3]{(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \sqrt[3]{-1} = -1$ (3 pts.) y además $A \cap (B \cup C) =] - 1, 2]$ (3 pts.), por lo que concluimos que el elemento NO pertenece al conjunto dado. (1 pto.)

b) Notar que $\frac{12 \times 10^5}{(0,0001) \cdot (6 \times 10^9)} = 2$ (3 pts.) y además $A \cup (B \cup C) = [-10, \infty[$ (3 pts.), por lo que concluimos que el elemento SI pertenece al conjunto dado. (1 pto.)

c) Notar que $A \cup (B \cap C) =] - 2, 5]$ (3 pts.), por lo que los enteros que se encuentran en ese conjunto son: $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$. (3 pts.)

- 3) [20 pts.] Simplifique al máximo la siguiente expresión, de manera que en el resultado final solo existan exponentes positivos. Asuma que a, b y c son números positivos.

$$E = \left(\frac{\sqrt[3]{27a^6} \cdot b^{7/3}}{a \cdot b^{1/3} \cdot c} - \frac{\sqrt{c^5 b^4}}{\sqrt{4^{-1}} \cdot c^{7/2} \cdot a^{-1}} \right)^{-1}$$

DESARROLLO

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt[3]{27a^6} \cdot b^{7/3}}{a \cdot b^{1/3} \cdot c} - \frac{\sqrt{c^5 b^4}}{\sqrt{4^{-1}} \cdot c^{7/2} \cdot a^{-1}} \right)^{-1} &= \left(\frac{3a^2 b^{7/3-1/3}}{ac} - \frac{c^{5/2-7/2} b^2}{\frac{1}{2}a^{-1}} \right)^{-1} \\ &= \left(\frac{3ab^2}{c} - \frac{2ab^2}{c} \right)^{-1} = \left(\frac{ab^2}{c} \right)^{-1} = \frac{c}{ab^2} \end{aligned}$$

(7 pts. por desarrollar el primer sumando + 7 pts. por desarrollar el segundo sumando + 6 pts. por llegar al resultado final)